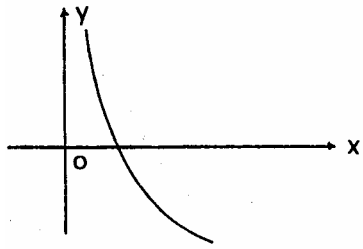
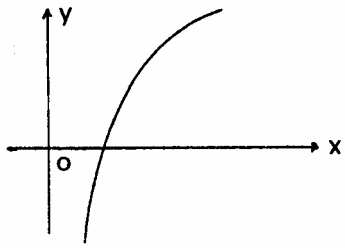
单元 4：　　对数函数

特定目标：

1. 学习以任何数为底的对数的性质和图像。
2. 解简易对数方程。
3. 应用将 $y = kx^n$ 转换为线性关系的技巧。

课程内容	时间分配	教学建议
4.1　对数函数的性质和图像 $f(x) = \log_a x$，对 $a > 0$，$a \neq 1$	3	学生在常用对数的用途应已有充足的训练 对 $f(x) = \log_a x$，可考虑以下图像  $y = \log_a x$ 的图像 对 $0 < a < 1$  $y = \log_a x$ 的图像 对 $a > 1$ (a) $\log_a x$ 对 $a > 0$，$a \neq 1$ 及 $x > 0$ 才有定义。 (b) 当 x 增加，$\log_a x$ 对 $a > 1$增加，而 $\log_a x$ 对 $0 < a < 1$ 减少。 (c) 对 $a > 1$， $\log_a x = \begin{cases} > 0 & \text{对所有 } x > 1, \\ = 0 & \text{对 } x = 1, \\ < 0 & \text{对所有 } x < 1. \end{cases}$ (d) $\log_a a = 1$ 教师可向学生介绍及讨论指数图像和对数图像之间的关系。

课程内容	时间分配	教学建议
		对数的性质： (a) $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$ (b) $\log_a(\frac{x}{y}) = \log_a x - \log_a y$ (c) $\log_a x^n = n\log_a x$ 教师可提供以上证明，但学生无须知道底的转换。此外，教师应对自然对数及其重要性作介绍和讨论。
4.2　简易对数方程的解	2	在本小单元中，根的验算是必要的。 例： (a) 解 $\log_{10}(x-2) + \log_{10}(x+1) = 1$ $(x-2)(x+1) = 10$ $x = 4 \text{ or } -3$ 其中 $x = -3$ 不适用，因为当 $x = -3$ 时，$\log_{10}(x-2)$ 或 $\log_{10}(x+1)$ 没有定义。 教师应向学生讲解这类方程。 (b) 利用对数，解 $3 \cdot 2^x = 5^{x-1}$。
4.3　将 $y = kx^n$ 化为线性关系式	1	将 $y = kx^n$ 的左右方取对数，学生应得出关系 $Y = nX + c$，其中 $X = \log_{10} x$，$Y = \log_{10} y$ 及 $c = \log_{10} k$。 方程 $Y = nX + c$ 在 x–y 坐标系上代表斜率为 n 及 Y 轴截距为 c 的直线。 习惯上，x 和 y 的值可从实验求得。因此，如给出多对(x, y)中的 x 和 y 值，学生可描绘出 $\log_{10} y$ 对 $\log_{10} x$ 利用图像中的斜率和 Y 轴截距可确定 n 和 k 的值。
	6	